

**Диагностическая работа №1  
по МАТЕМАТИКЕ**

**2 октября 2012 года**

**9 класс**

**Вариант 5**

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (Часть I) и 6 заданий повышенного уровня (Часть II).

Работа состоит из трёх модулей «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I – 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II – 3 задания с полным решением

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I – 5 заданий с кратким ответом, в части II – 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в части I, с кратким ответом и выбором ответа

Сначала выполняйте задания Части I Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий Части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее двух баллов по каждому из модулей.

***Желаем успеха!***

**Район.** \_\_\_\_\_

**Город (населенный пункт)** \_\_\_\_\_

**Школа.** \_\_\_\_\_

**Класс** \_\_\_\_\_

**Фамилия** \_\_\_\_\_

**Имя** \_\_\_\_\_

**Отчество** \_\_\_\_\_

Часть 1

Модуль "Алгебра"

1) Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наибольшего из найденных значений.

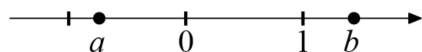
1.)  $1,8 - \frac{3}{5}$

2.)  $1\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$

3.)  $\frac{0,8+0,3}{1,2}$

Ответ:

2) Выберите верное утверждение относительно чисел  $a$  и  $b$ , расположенных на числовой прямой.



1)  $a - b > 0$

2)  $ab > 0$

3)  $0 < \frac{1}{a}$

4)  $1 < |b|$

3) Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число  $2\sqrt{11}$ .

1.) 2 и 3

2.) 6 и 7

3.) 11 и 12

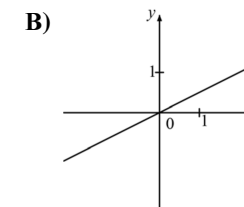
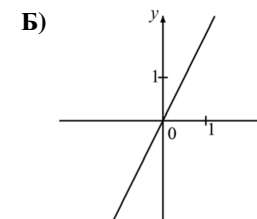
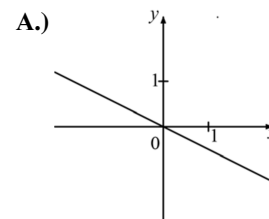
4) 45 и 46

4) Найдите корни уравнения  $2x^2 - 11x - 6 = 0$ .

Ответ:

5) На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида  $y = kx$ . Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

1)  $y = 2x$

2.)  $y = -2x$

3.)  $y = \frac{1}{2}x$

4.)  $y = -\frac{1}{2}x$

Ответ: 

А	Б	В

6) Запишите в ответе номера верных равенств.

1)  $a^2 - 10a + 25 = (a - 5)^2$

2)  $25 - a^2 = (5 + a)(a - 5)$

3)  $(b - 1)(a - 5) = -(1 - b)(a - 5)$

4)  $(a + 1)(2a - 5) = 2a^2 + 2a - 5$

Ответ:

7) Упростите выражение  $\frac{b}{a^2 - ab} : \frac{b}{a^2 - b^2}$  и найдите его значение при  $a = -0,7$ ,  $b = 2,1$ .

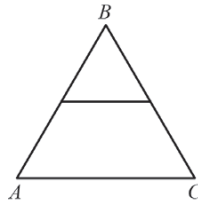
Ответ:

8 Решите уравнение  $\frac{2-x}{4} + x = 1$ .

Ответ:

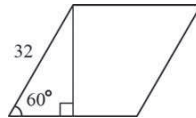
### Модуль "Геометрия"

9 Периметр равностороннего треугольника  $ABC$  равен 24 см. Найдите длину средней линии этого треугольника.



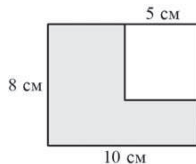
Ответ:

10 Сторона ромба равна 32, а острый угол равен  $60^\circ$ . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?



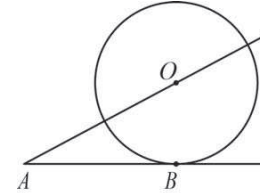
Ответ:

11 Из прямоугольника со сторонами 10 см и 8 см вырезан квадрат со стороной 5 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .



Ответ:

12 К окружности с центром в точке  $O$  проведены касательная  $AB$  и секущая  $AO$ . Найдите радиус окружности, если  $AB=15$  см,  $AO=17$  см.



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **верных** утверждений.

- 1) Существует прямоугольник, диагонали которого перпендикулярны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 3) Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ:

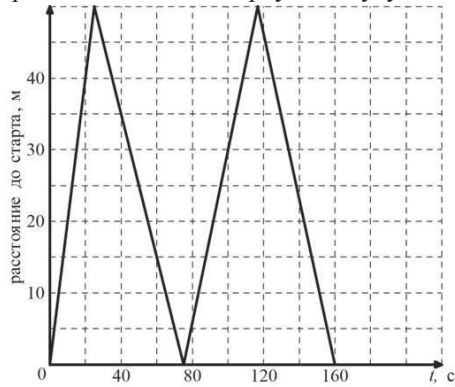
### Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 60,7 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние (в метрах), которое проплыл пловец за первую минуту заплыва.

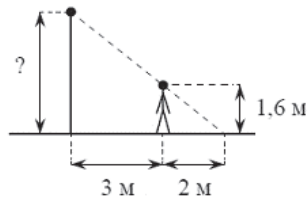


Ответ:

- 16 Площадь земель крестьянского хозяйства, занятая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 49 га и распределена между зерновыми культурами и картофелем в отношении 2:5. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ:

- 17 Человек, рост которого 1,6 м, стоит на расстоянии 3 м от уличного фонаря. При этом длина его тени равна 2 м. Определите высоту фонаря (в м).



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. Сколько телефонов было продано в этом году двумя ведущими компаниями – Евросеть и Связной? Ответ укажите в миллионах штук.



Ответ:

- 19 На столе стоят стаканы с фруктовыми йогуртами, одинаковыми на вид: 9 с вишнёвым и 6 с клубничным. Катя наугад берет один стакан. Найдите вероятность того, что это будет вишневый йогурт.

Ответ:

- 20 Высоту  $h$  (в м), на которой через  $t$  секунд окажется тело, свободно падающее с некоторой высоты  $H$  (в м), можно приближенно вычислить по формуле  $h = H - 5t^2$ . На какой высоте окажется тело через 3 секунды полёта с 50-тиметровой высоты?

Ответ:

## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль "Алгебра"

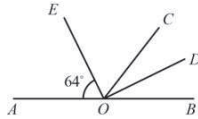
21 | Упростите выражение  $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$ .

22 | Один из корней уравнения  $5x^2 - 2x + 3p = 0$  равен 1. Найдите второй корень.

23 | Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается  $|6x + y + 5| + |3x + 2y + 1|$ .

## Модуль "Геометрия"

24 | Найдите величину угла  $DOB$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



25 | В параллелограмме  $ABCD$  точка  $M$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $MC = MD$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26 | Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Диагностическая работа №1  
по МАТЕМАТИКЕ**

**2 октября 2012 года**

**9 класс**

**Вариант 6**

**Район.** \_\_\_\_\_

**Город (населенный пункт)** \_\_\_\_\_

**Школа.** \_\_\_\_\_

**Класс** \_\_\_\_\_

**Фамилия** \_\_\_\_\_

**Имя** \_\_\_\_\_

**Отчество** \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (Часть I) и 6 заданий повышенного уровня (Часть II).

Работа состоит из трёх модулей «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I – 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II – 3 задания с полным решением

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I – 5 заданий с кратким ответом, в части II – 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в части I, с кратким ответом и выбором ответа

Сначала выполняйте задания Части I Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий Части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее двух баллов по каждому из модулей.

***Желаем успеха!***

Часть 1

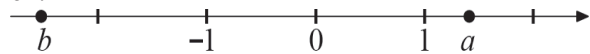
Модуль "Алгебра"

1) Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наименьшего из найденных значений.

- 1)  $1,8 - \frac{3}{5}$       2)  $1\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$       3)  $\frac{1,2}{0,3 + 0,8}$

Ответ:

2) Выберите верное утверждение относительно чисел  $a$  и  $b$ , расположенных на числовой прямой.



- 1)  $a - b < 0$       2)  $ab > 0$       3)  $b < \frac{1}{a} < 1$       4)  $|a| > |b|$

3) Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число  $3\sqrt{11}$ .

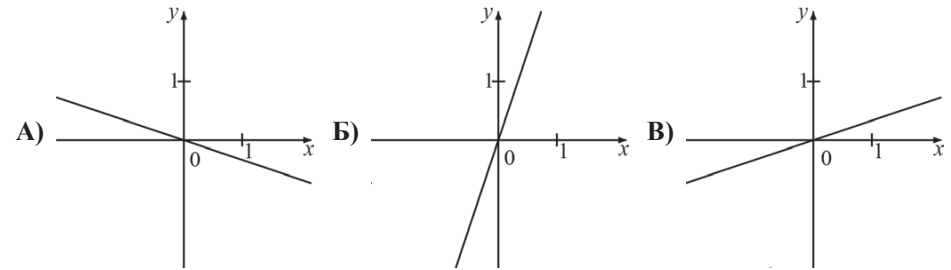
- 1) 3 и 4      2) 9 и 10      3) 11 и 12      4) 99 и 100

4) Найдите корни уравнения  $2x^2 + 13x - 7 = 0$ .

Ответ:

5) На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида  $y = kx$ . Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

**ГРАФИКИ**



**ФУНКЦИИ**

- 1)  $y = 3x$       2)  $y = \frac{1}{3}x$       3)  $y = -3x$       4)  $y = -\frac{1}{3}x$

Ответ: 

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

6) Запишите в ответе номера **верных** равенств.

- 1)  $(2 - b)(b + 2) = 4 - b^2$   
 2)  $-(b - 2)(3 - 4b) = (2 - b)(4b - 3)$   
 3)  $(b + 2)(3 - 2b) = 6 - b - 4b^2$   
 4)  $(b - 4)^2 = b^2 - 4b + 16$

Ответ:

7) Упростите выражение  $\frac{a}{a^2 + ab} : \frac{a}{a^2 - b^2}$  и найдите его значение при  $a = 0,7$ ,  $b = -2,1$ .

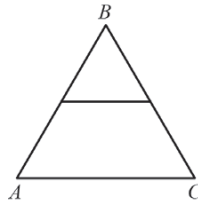
Ответ:

8 Решите уравнение  $\frac{x-5}{4} - x = 1$ .

Ответ:

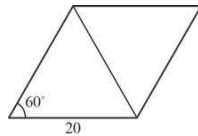
### Модуль "Геометрия"

9 Периметр равностороннего треугольника  $ABC$  равен 36 см. Найдите длину средней линии этого треугольника.



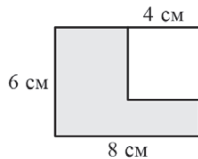
Ответ:

10 Сторона ромба равна 20, а острый угол равен  $60^\circ$ . Найдите длину меньшей диагонали ромба.



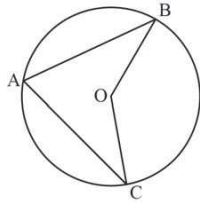
Ответ:

11 Из прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см вырезан квадрат со стороной 4 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .



Ответ:

12 Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle BAC = 70^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $BOC$  (в градусах).



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **неверных** утверждений.

- 1) Два угла с общей стороной называются смежными.
- 2) На прямой можно отложить только один отрезок заданной длины.
- 3) Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Ответ:

### Модуль "Реальная математика"

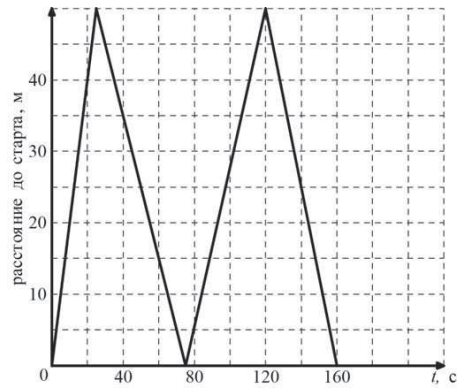
14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 41,4 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:



- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние (в метрах), которое осталось проплыть пловцу через 2 минуты от начала заплыва.

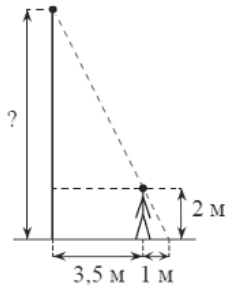


Ответ:

- 16 Спортивный магазин проводит акцию: «Любая футболка по цене 200 р. При покупке двух футболок – скидка на вторую 80%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок?

Ответ:

- 17 Человек, рост которого 2 м, стоит на расстоянии 3,5 м от уличного фонаря. При этом длина его тени равна 1 м. Определите высоту фонаря (в м).



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. Примерно во сколько раз компанией Евросеть было продано больше телефонов, чем компанией Диксис?



Ответ:

- 19 На столе стоят стаканы с фруктовыми йогуртами, одинаковыми на вид: 9 с вишнёвым и 6 с клубничным. Катя наугад берет один стакан. Найдите вероятность того, что это будет клубничный йогурт.

Ответ:

- 20 Высоту  $h$  (в м), на которой через  $t$  секунд окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью  $v$  м/с, можно приблизительно вычислить по формуле  $h = vt - 5t^2$ . На сколько метров выше взлетит за 1 секунду тело, подброшенное вертикально вверх, при начальной скорости 15 м/с, чем при начальной скорости 10 м/с?

Ответ:

## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль "Алгебра"

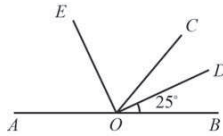
21 | Упростите выражение  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{15} - 3}}$ .

22 | Один из корней уравнения  $4x^2 - x + 3m = 0$  равен 1. Найдите второй корень.

23 | Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается:  $|3x + 4y - 1| + |x - 5y + 6|$ .

## Модуль "Геометрия"

24 | Найдите величину угла  $AOE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



25 | В параллелограмме  $ABCD$  точка  $K$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $KC = KD$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26 | Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 8. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Диагностическая работа №1  
по МАТЕМАТИКЕ**

**2 октября 2012 года**

**9 класс**

**Вариант 7**

**Инструкция по выполнению работы**

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (Часть I) и 6 заданий повышенного уровня (Часть II).

Работа состоит из трёх модулей «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I – 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II – 3 задания с полным решением

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I – 5 заданий с кратким ответом, в части II – 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в части I, с кратким ответом и выбором ответа

Сначала выполняйте задания Части I Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий Части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее двух баллов по каждому из модулей.

***Желаем успеха!***

**Район.** \_\_\_\_\_

**Город (населенный пункт)** \_\_\_\_\_

**Школа.** \_\_\_\_\_

**Класс** \_\_\_\_\_

**Фамилия** \_\_\_\_\_

**Имя** \_\_\_\_\_

**Отчество** \_\_\_\_\_

Часть 1

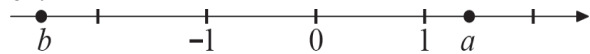
Модуль "Алгебра"

1 Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наибольшего из найденных значений.

1)  $1,8 - \frac{4}{5}$       2)  $1\frac{1}{7} : 4$       3)  $\frac{0,4 + 1,7}{1,4}$

Ответ:

2 Выберите верное утверждение относительно чисел  $a$  и  $b$ , расположенных на числовой прямой.



- 1)  $a - b < 0$       2)  $|b| < |a|$       3)  $b < \frac{1}{a} < 0$       4)  $-ab > 0$

3 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число  $3\sqrt{7}$ .

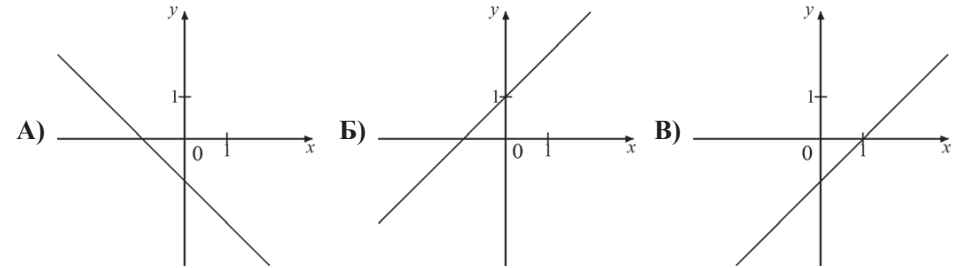
- 1) 3 и 4      2) 7 и 8      3) 8 и 9      4) 63 и 64

4 Найдите корни уравнения  $2x^2 - 13x - 7 = 0$ .

Ответ:

5 На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида  $y = kx + b$ . Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

**ГРАФИКИ**



**ФУНКЦИИ**

- 1)  $y = x + 1$       2)  $y = x - 1$       3)  $y = -x + 1$       4)  $y = -x - 1$

Ответ: 

А	Б	В

6 Запишите в ответе номера **верных** равенств.

- 1)  $a^2 - 3a + 9 = (a - 3)^2$   
 2)  $9 - a^2 = (3 + a)(a - 3)$   
 3)  $(b + 1)(a - 3) = -(1 + b)(3 - a)$   
 4)  $(a - 1)(2a - 3) = 2a^2 - 5a + 3$

Ответ:

7 Упростите выражение  $\frac{b}{a^2 - b^2} : \frac{b}{a^2 + ab}$  и найдите его значение при  $a = -0,7$ ,  $b = 2,1$ .

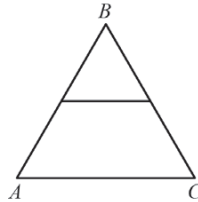
Ответ:

8 Решите уравнение  $\frac{5-x}{3} - x = 1$ .

Ответ:

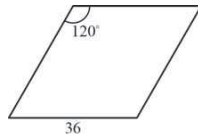
### Модуль "Геометрия"

9 Средняя линия равностороннего треугольника  $ABC$  равна 8 см. Найдите периметр этого треугольника.



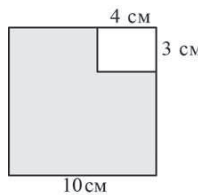
Ответ:

10 Сторона ромба равна 36, а тупой угол равен  $120^\circ$ . Найдите длину меньшей диагонали ромба.



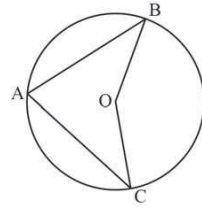
Ответ:

11 Из квадрата со стороной 10 см вырезан прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .



Ответ:

12 Точка  $O$  – центр окружности,  $\angle BAC = 75^\circ$  (см. рисунок). Найдите величину угла  $BOC$  (в градусах).



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **верных** утверждений.

- 1) Существует параллелограмм, диагонали которого равны
- 2) Через точку, лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой
- 3) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны

Ответ:

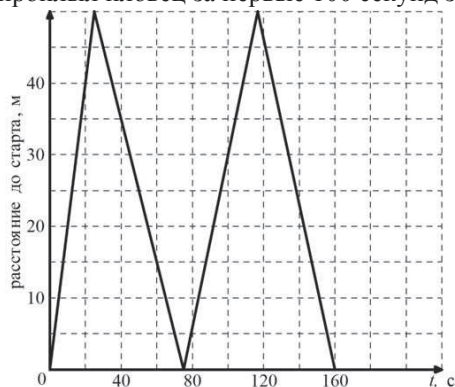
### Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 49,2 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние (в метрах), которое проплыл пловец за первые 100 секунд заплыва.

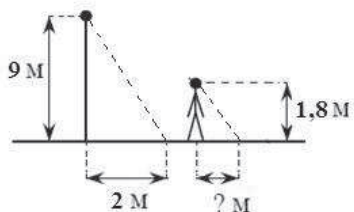


Ответ:

- 16 Спортивный магазин проводит акцию: «Любой свитер по цене 600 р. При покупке двух свитеров – скидка на второй 80%». Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух свитеров?

Ответ:

- 17 Столб высотой 9 м отбрасывает тень длиной 2 м. Найдите длину (в м) тени человека ростом 1,8 м, стоящего около этого столба.



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. На сколько телефонов компанией Связной было продано больше, чем компанией Диксис в этом году? Ответ укажите в миллионах штук.



Ответ:

- 19 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 8 с мясом, 4 с капустой и 3 с вишней. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ:

- 20 Высоту  $h$  (в м), на которой через  $t$  секунд окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью  $v$  м/с, можно приблизительно вычислить по формуле  $h = vt - 5t^2$ . На сколько метров взлетит за 2 секунды тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с?

Ответ:

## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль "Алгебра"

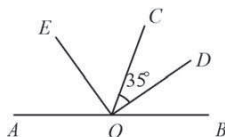
21 | Упростите выражение  $\frac{\sqrt{\sqrt{15}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+3}}{\sqrt{24}}$ .

22 | Один из корней уравнения  $5x^2 + 7x + 2m = 0$  равен  $-1$ . Найдите второй корень.

23 | Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается  $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$ .

## Модуль "Геометрия"

24 | Найдите величину угла  $COE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



25 | Противоположные углы четырехугольника попарно равны. Докажите, что этот четырехугольник – параллелограмм.

26 | Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 6. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Диагностическая работа №1  
по МАТЕМАТИКЕ****2 октября 2012 года****9 класс****Вариант 8****Инструкция по выполнению работы**

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (Часть I) и 6 заданий повышенного уровня (Часть II).

Работа состоит из трёх модулей «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I – 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II – 3 задания с полным решением

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I – 5 заданий с кратким ответом, в части II – 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания – в части I, с кратким ответом и выбором ответа

Сначала выполняйте задания Части I Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий Части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее двух баллов по каждому из модулей.

***Желаем успеха!***

**Район.** \_\_\_\_\_

**Город (населенный пункт)** \_\_\_\_\_

**Школа.** \_\_\_\_\_

**Класс** \_\_\_\_\_

**Фамилия** \_\_\_\_\_

**Имя** \_\_\_\_\_

**Отчество** \_\_\_\_\_



Часть 1

Модуль "Алгебра"

1) Найдите значения выражений. В ответе укажите номер наименьшего из найденных значений.

- 1)  $1,8 - \frac{3}{5}$       2)  $1\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$       3)  $\frac{0,8 + 0,3}{1,2}$

Ответ:

2) Выберите верное утверждение относительно чисел  $a$  и  $b$ , расположенных на числовой прямой.



- 1)  $b - a < 0$       2)  $ab > 0$       3)  $0 < \frac{1}{b} < 1$       4)  $|a| < 0$

3) Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число  $3\sqrt{5}$ .

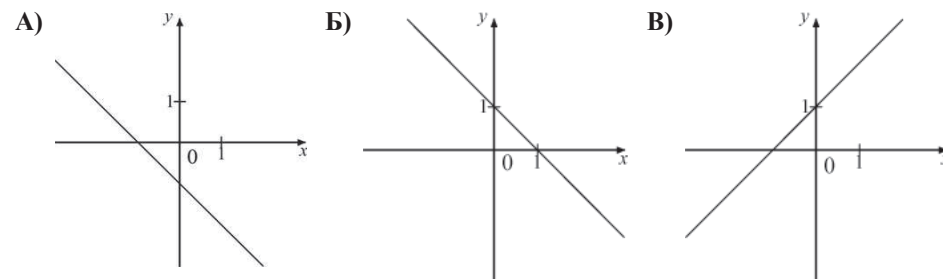
- 1) 3 и 4      2) 4 и 5      3) 6 и 7      4) 45 и 46

4) Найдите корни уравнения  $2x^2 + 11x - 6 = 0$ .

Ответ:

5) На рисунке изображены графики трёх функций, задаваемых формулами вида  $y = kx + b$ . Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав её из числа приведённых ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

- 1)  $y = x + 1$       2)  $y = x - 1$       3)  $y = -x + 1$       4)  $y = -x - 1$

Ответ: 

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

6) Запишите в ответе номера **верных** равенств.

- 1)  $(4 - b)(b + 4) = b^2 - 16$   
 2)  $-(b - 1)(3 - 4b) = (1 - b)(4b - 3)$   
 3)  $(b + 1)(3 - 2b) = 3 + b - 2b^2$   
 4)  $(b - 4)^2 = b^2 - 8b + 16$

Ответ:

7) Упростите выражение  $\frac{a}{a^2 - b^2} : \frac{a}{ab - a^2}$  и найдите его значение при  $a = 0,7$ ,  $b = -2,1$ .

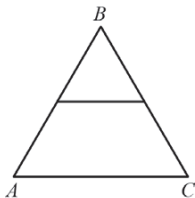
Ответ:

8 Решите уравнение  $\frac{x-4}{3} - x = 1$ .

Ответ:

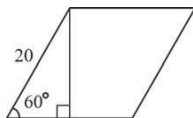
### Модуль "Геометрия"

9 Средняя линия равносрного треугольника  $ABC$  равна 7 см. Найдите периметр этого треугольника.



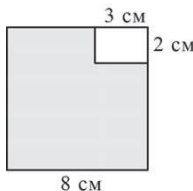
Ответ:

10 Сторона ромба равна 20, а острый угол равен  $60^\circ$ . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?



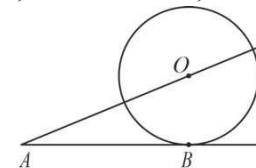
Ответ:

11 Из квадрата со стороной 8 см вырезан прямоугольник со сторонами 3 см и 2 см. Найдите площадь оставшейся части. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .



Ответ:

12 К окружности с центром в точке  $O$  проведены касательная  $AB$  и секущая  $AO$ . Найдите радиус окружности, если  $AB=12$  см,  $AO=13$  см.



Ответ:

13 Укажите в ответе номера **верных** утверждений.

- 1) Если у параллелограмма есть один прямой угол, то этот параллелограмм - прямоугольник
- 2) Через две точки плоскости можно провести две различные прямые
- 3) Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны

Ответ:

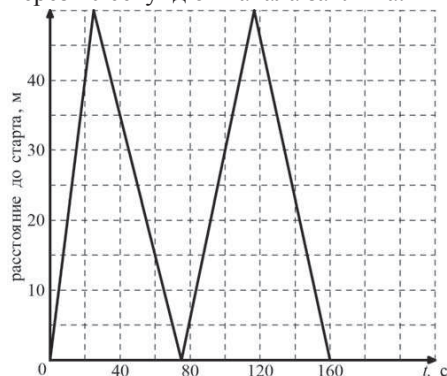
### Модуль "Реальная математика"

14 Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо, массой 71,2 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0 и выше
Отборная	65,0 - 74,9
Первая	55,0 - 64,9
Вторая	45,0 - 54,9
Третья	35,0 - 44,9

Ответ:

- 15 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния между пловцом и точкой старта от времени движения пловца. Определите расстояние до старта (в метрах) через 40 секунд от начала заплыва.

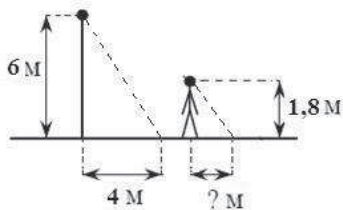


Ответ:

- 16 Площадь земель крестьянского хозяйства, занятая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 га и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

Ответ:

- 17 Столб высотой 6 м отбрасывает тень длиной 4 м. Найдите длину (в м) тени человека ростом 1,8 м, стоящего около этого столба.



Ответ:

- 18 На диаграмме представлена информация о количестве сотовых телефонов, проданных четырьмя ведущими торговыми компаниями в 2004 г. На сколько телефонов компанией Евросеть было продано больше, чем компанией Связной в этом году? Ответ укажите в миллионах штук.



Ответ:

- 19 В коробке лежат шариковые авторучки, одинаковые на вид: 5 с красной пастой, 7 с зелёной и 8 с синей. Катя наугад выбирает одну авторучку. Найдите вероятность того, что она окажется с синей пастой.

Ответ:

- 20 Высоту  $h$  (в м), на которой через  $t$  секунд окажется тело, свободно падающее с некоторой высоты  $H$  (в м), можно приближенно вычислить по формуле  $h = H - 5t^2$ . На какой высоте окажется тело через 2 секунды полёта с 50-метровой высоты?

Ответ:

## Часть 2

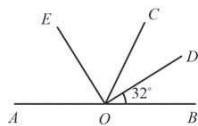
При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

## Модуль "Алгебра"

- 21 Упростите выражение  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{31} + 5} \cdot \sqrt{\sqrt{31} - 5}}$ .
- 22 Один из корней уравнения  $3x^2 + 5x + 2m = 0$  равен  $-1$ . Найдите второй корень.
- 23 Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается:  $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$ .

## Модуль "Геометрия"

- 24 Найдите величину угла  $COE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



- 25 Середина стороны параллелограмма равноудалена от концов его противоположной стороны. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.
- 26 Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 10. Окружность радиуса 7,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**Модуль "Алгебра"**

**21** Упростите выражение  $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$ .

**Решение.**

$$\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{10}-2)(\sqrt{10}+2)}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{10-4}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}.$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

**22** Один из корней уравнения  $5x^2 - 2x + 3p = 0$  равен 1. Найдите второй корень.

**Решение.**

Подставим известный корень в уравнение:  $5 - 2 + 3p = 0$ . Получим уравнение относительно  $p$ . Решим его:  $3p = -3$ ;  $p = -1$ . Подставим  $p$  в уравнение:  $5x^2 - 2x - 3 = 0$ , откуда

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 5 \cdot 3}}{10} = \frac{2 \pm 8}{10}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -0,6.$$

**Ответ:**  $-0,6$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**23** Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается  $|6x + y + 5| + |3x + 2y + 1|$ .

**Решение.**

Сумма  $|6x + y + 5| + |3x + 2y + 1|$  принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 6x + y + 5 = 0, \\ 3x + 2y + 1 = 0. \end{cases}$$

Решим её

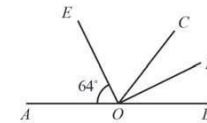
$$\begin{cases} 6x + y + 5 = 0, \\ 6x + 4y + 2 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 3y - 3 = 0, \\ 6x + y + 5 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ 6x + 6 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = -1. \end{cases}$$

**Ответ:** 0;  $(-1; 1)$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль "Геометрия"**

**24** Найдите величину угла  $DOB$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



**Решение.**

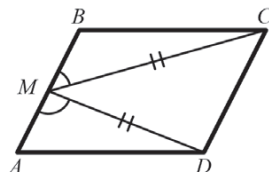
$$\angle COA = 2 \cdot 64^\circ = 128^\circ; \quad \angle BOC = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ; \quad \angle DOB = 52^\circ : 2 = 26^\circ.$$

**Ответ:**  $26^\circ$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**25** В параллелограмме  $ABCD$  точка  $M$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $MC = MD$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Пусть точка  $M$  — середина стороны  $AB$  параллелограмма  $ABCD$  — равноудалена от его вершин  $C$  и  $D$ . Тогда, треугольник  $CMD$  — равнобедренный, поэтому  $\angle MCD = \angle MDC$ . Поскольку прямая  $CD$  параллельна стороне  $AB$ , то  $\angle BMC = \angle MCD$  и  $\angle AMD = \angle MDC$  как накрест лежащие. Таким образом,  $\triangle BMC = \triangle AMD$  по первому признаку равенства треугольников ( $\angle BMC = \angle AMD$ ,  $AM = BM$ ,  $MC = MD$ ).



Значит,  $\angle CBM = \angle DAM$ . Их сумма равна  $180^\circ$ , т.к. это два угла параллелограмма, прилежащие к одной стороне. Следовательно,  $\angle CBM = \angle DAM = 90^\circ$ . По свойству параллелограмма углы  $B$  и  $D$  также прямые. Значит,  $ABCD$  — прямоугольник.

*Комментарий:* Равенство треугольников  $BMC$  и  $AMD$  может быть доказано иначе, например, по третьему признаку равенства треугольников.

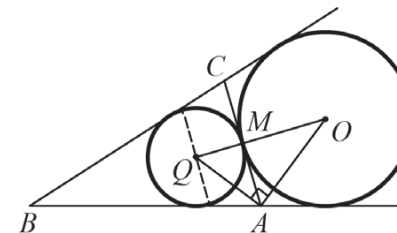
*Другое возможное доказательство:*

Пусть точка  $O$  — середина  $CD$ . Четырехугольник  $OMBC$  является параллелограммом, поскольку его стороны  $OC$  и  $MB$  параллельны и равны. Треугольник  $MCD$  — равнобедренный, поэтому  $OM$  — его высота. Значит,  $OMBC$  — прямоугольник, следовательно, угол  $CBM$  — прямой.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**26** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Решение.**



Данная окружность касается стороны  $AC$  в её середине  $M$  и продолжений сторон  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ .

Пусть  $O$  — центр этой окружности, а  $Q$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Угол  $OAQ$  — прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник  $OAQ$  — прямоугольный,  $AM$  — его высота. Из этого треугольника находим,

$$\text{что } AM^2 = MQ \cdot MO. \text{ Следовательно, } QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

**Ответ:** 4, 5.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**Модуль "Алгебра"**

**21** Упростите выражение  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{15} - 3}}$ .

**Решение.**

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{15} - 3}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3)}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{15 - 9}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = \sqrt{9} = 3.$$

**Ответ:** 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

*Комментарий.* Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

**22** Один из корней уравнения  $4x^2 - x + 3m = 0$  равен 1. Найдите второй корень.

**Решение.**

Подставим известный корень в уравнение:  $4 - 1 + 3m = 0$ . Получим уравнение относительно  $m$ . Решим его:  $3m = -3$ ;  $m = -1$ . Подставим  $m$  в уравнение:  $4x^2 - x - 3 = 0$ , откуда

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 3 \cdot 4}}{8} = \frac{1 \pm 7}{8}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{3}{4}.$$

**Ответ:**  $-\frac{3}{4}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**23** Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается:  $|3x + 4y - 1| + |x - 5y + 6|$ .

**Решение.**

Сумма  $|3x + 4y - 1| + |x - 5y + 6|$  принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ x - 5y + 6 = 0. \end{cases}$$

Решим её

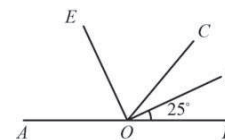
$$\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ 3x - 15y + 18 = 0; \end{cases} \begin{cases} 19y - 19 = 0, \\ x - 5y + 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = -1. \end{cases}$$

**Ответ:** 0; (-1;1).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль "Геометрия"**

**24** Найдите величину угла  $AOE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



**Решение.**

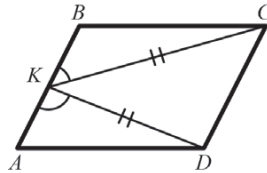
$$\angle COB = 2 \cdot 25^\circ = 50^\circ; \quad \angle AOC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ; \quad \angle AOE = 130^\circ : 2 = 65^\circ.$$

**Ответ:**  $65^\circ$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**25** В параллелограмме  $ABCD$  точка  $K$  — середина стороны  $AB$ . Известно, что  $KC = KD$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Пусть точка  $K$  — середина стороны  $AB$  параллелограмма  $ABCD$  — равноудалена от его вершин  $C$  и  $D$ . Тогда, треугольник  $CKD$  — равнобедренный, поэтому  $\angle KCD = \angle KDC$ . Поскольку прямая  $CD$  параллельна стороне  $AB$ , то  $\angle BKC = \angle KCD$  и  $\angle AKD = \angle KDC$  как накрест лежащие. Таким образом,  $\triangle BKC = \triangle AKD$  по первому признаку равенства треугольников ( $\angle BKC = \angle AKD$ ,  $AK = BK$ ,  $KC = KD$ ).



Значит,  $\angle CBK = \angle DAK$ . Их сумма равна  $180^\circ$ , т.к. это два угла параллелограмма, прилежащие к одной стороне. Следовательно,  $\angle CBK = \angle DAK = 90^\circ$ . По свойству параллелограмма углы  $BKD$  и  $CDA$  также прямые. Значит,  $ABCD$  — прямоугольник.

*Комментарий:* Равенство треугольников  $BKC$  и  $AKD$  может быть доказано иначе, например, по третьему признаку равенства треугольников.

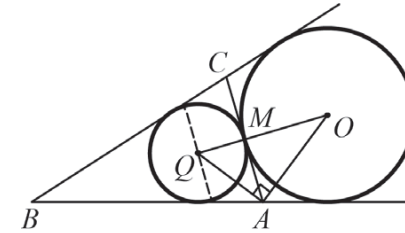
*Другое возможное доказательство:*

Пусть точка  $O$  — середина  $CD$ . Четырехугольник  $OKBC$  является параллелограммом, поскольку его стороны  $OC$  и  $KB$  параллельны и равны. Треугольник  $KCD$  — равнобедренный, поэтому  $OK$  — его высота. Значит,  $OKBC$  — прямоугольник, следовательно, угол  $CBK$  — прямой.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**26** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 8. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Решение.**



Данная окружность касается стороны  $AC$  в её середине  $M$  и продолжений сторон  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ .

Пусть  $O$  — центр этой окружности, а  $Q$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Угол  $OAQ$  — прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник  $OAQ$  — прямоугольный,  $AM$  — его высота. Из этого треугольника находим, что  $AM^2 = MQ \cdot MO$ . Следовательно,  $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{8}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{8}{3}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4



**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**Модуль "Алгебра"**

**21** Упростите выражение  $\frac{\sqrt{\sqrt{15}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+3}}{\sqrt{24}}$ .

**Решение.**

$$\frac{\sqrt{\sqrt{15}-3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}+3}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{15}-3)(\sqrt{15}+3)}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{15-9}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

**22** Один из корней уравнения  $5x^2 + 7x + 2m = 0$  равен  $-1$ . Найдите второй корень.

**Решение.**

Подставим известный корень в уравнение:  $5 - 7 + 2m = 0$ . Получим уравнение относительно  $m$ . Решим его:  $2m = 2$ ;  $m = 1$ . Подставим  $m$  в уравнение:  $5x^2 + 7x + 2 = 0$ , откуда

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 5 \cdot 2}}{10} = \frac{-7 \pm 3}{10}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -0,4.$$

**Ответ:**  $-0,4$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**23** Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается  $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$ .

**Решение.**

Сумма  $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$  принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 6x + 5y + 7 = 0, \\ 2x + 3y + 1 = 0. \end{cases}$$

Решим её:

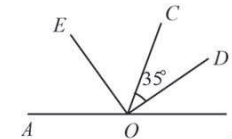
$$\begin{cases} 6x + 5y + 7 = 0, \\ 6x + 9y + 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 4y - 4 = 0, \\ 6x + 9y + 3 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ 6x + 12 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = -2. \end{cases}$$

**Ответ:** 0;  $(-2; 1)$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль "Геометрия"**

**24** Найдите величину угла  $COE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



**Решение.**

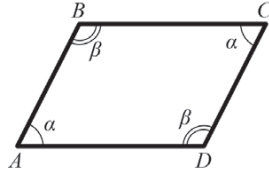
$$\angle COB = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ; \quad \angle AOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ; \quad \angle COE = 110^\circ : 2 = 55^\circ.$$

**Ответ:**  $55^\circ$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

**25** Противоположные углы четырехугольника попарно равны. Докажите, что этот четырехугольник – параллелограмм.

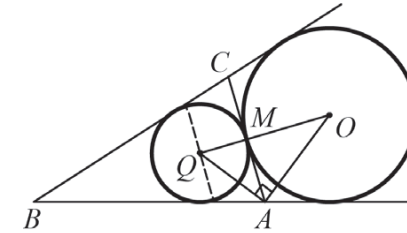
Пусть противоположные углы  $A$  и  $C$  четырехугольника  $ABCD$  равны  $\alpha$ , а противоположные углы  $B$  и  $D$  равны  $\beta$ . Поскольку сумма углов любого четырехугольника равна  $360^\circ$ , то  $2\alpha + 2\beta = 360^\circ$ . Значит,  $\alpha + \beta = 180^\circ$ . Так как сумма внутренних односторонних углов при секущей равна  $180^\circ$ , то по признаку параллельных прямых  $AB$  параллельна  $CD$ ,  $BC$  параллельна  $AD$ . Значит, четырёхугольник  $ABCD$  является параллелограммом по определению.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

**26** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 6. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Решение.**



Данная окружность касается стороны  $AC$  в её середине  $M$  и продолжений сторон  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ .

Пусть  $O$  — центр этой окружности, а  $Q$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Угол  $OAQ$  — прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник  $OAQ$  — прямоугольный,  $AM$  — его высота. Из этого треугольника находим, что  $AM^2 = MQ \cdot MO$ . Следовательно,  $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{5} = 1,8$ .

**Ответ:** 1, 8.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**Модуль "Алгебра"**

**21** Упростите выражение  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{31} + 5} \cdot \sqrt{\sqrt{31} - 5}}$ .

**Решение.**

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{31} + 5} \cdot \sqrt{\sqrt{31} - 5}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{31} + 5)(\sqrt{31} - 5)}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{31 - 25}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}} = \sqrt{9} = 3.$$

**Ответ:** 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Комментарий. Ошибки в применении формул считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

**22** Один из корней уравнения  $3x^2 + 5x + 2m = 0$  равен  $-1$ . Найдите второй корень.

**Решение.**

Подставим известный корень в уравнение:  $3 - 5 + 2m = 0$ . Получим уравнение относительно  $m$ . Решим его:  $2m = 2$ ;  $m = 1$ . Подставим  $m$  в уравнение:  $3x^2 + 5x + 2 = 0$ , откуда

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{6} = \frac{-5 \pm 1}{6}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{2}{3}.$$

**Ответ:**  $-\frac{2}{3}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**23** Найдите наименьшее значение выражения и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается:  $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$ .

**Решение.**

Сумма  $|3x - 4y - 2| + |x - 5y + 3|$  принимает наименьшее значение, равное 0, только в том случае, когда оба слагаемых одновременно равны 0. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - 4y - 2 = 0, \\ x - 5y + 3 = 0. \end{cases}$$

Решим её:

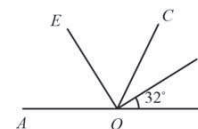
$$\begin{cases} 3x - 4y - 2 = 0, \\ 3x - 15y + 9 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} 11y - 11 = 0, \\ x - 5y + 3 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = 2. \end{cases}$$

**Ответ:** 0; (2;1).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учётом решение доведено до конца	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Модуль "Геометрия"**

**24** Найдите величину угла  $COE$ , если  $OE$  – биссектриса угла  $AOC$ ,  $OD$  – биссектриса угла  $COB$ .



**Решение.**

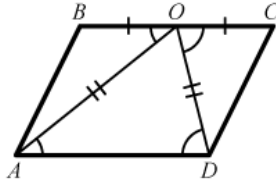
$$\angle COB = 2 \cdot 32^\circ = 64^\circ; \quad \angle AOC = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ; \quad \angle COE = 116^\circ : 2 = 58^\circ.$$

**Ответ:**  $58^\circ$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение верно, получен верный ответ	2
Допущена одна ошибка вычислительного характера или описка, с её учетом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**25** Середина стороны параллелограмма равноудалена от концов его противоположной стороны. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.

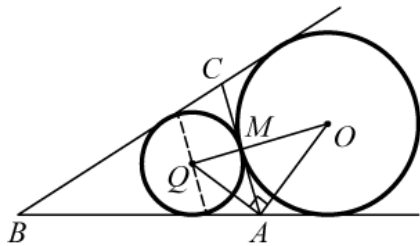
Пусть точка  $O$  – середина стороны  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  – равноудалена от его вершин  $A$  и  $D$ . Тогда треугольник  $AOD$  равнобедренный, поэтому  $\angle AOD = \angle ODA$ . Поскольку прямая  $BC$  параллельна стороне  $AD$ , то углы  $BOA$  и  $COD$  равны указанным углам как накрест лежащие. Таким образом,  $\triangle BOA = \triangle COD$  по первому признаку равенства треугольников. Значит,  $\angle ABO = \angle ODA$ . Пусть их величина равна  $\alpha$ . Прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны, поэтому  $\alpha + \alpha = 180^\circ$ , т.е.  $\alpha = 90^\circ$ . По свойству параллелограмма углы  $BAD$  и  $CDA$  также прямые. Значит,  $ABCD$  – прямоугольник.



Критерии оценивания выполнения задания.	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Доказательство содержит неточности или пробелы, например, отсутствуют ссылки на свойства параллельных прямых или параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.	0.
<i>Максимальный балл.</i>	3.

**26** Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 10. Окружность радиуса 7,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Решение.**



Данная окружность касается стороны  $AC$  в её середине  $M$  и продолжений сторон  $BA$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ .

Пусть  $O$  — центр этой окружности, а  $Q$  — центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Угол  $OAQ$  – прямой как угол между биссектрисами смежных углов. Треугольник  $OAQ$  – прямоугольный,  $AM$  – его высота. Из этого треугольника находим, что  $AM^2 = MQ \cdot MO$ .

Следовательно,  $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{10}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{10}{3}$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы.
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям.	0.
<i>Максимальный балл</i>	4